

**Prova ANALISI parte prima**

Fila A

29-febbraio-2012

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:  
sia  $f$  una funzione derivabile in tutto  $R$  e  $f'(x) > 0$  per ogni  $x \in R$  allora

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

2. (4 pt) Sia  $\{a_n\}$  una successione convergente a un numero reale  $\alpha$ , dimostrare che la successione  $\{(-1)^n a_n\}$  converge se e solo se  $\alpha = 0$ .

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x - 10} \right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare

$$\int_1^2 \frac{2^x}{1 - 4^x} dx$$

5. (6 pt) Risolvere la disequazione

$$\sqrt{x^2 + x - 6} < |x - 1|$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2 \sin(1/x) - (\sin x) \sqrt{1+x}}{e^x - \cos x}$$

**Prova ANALISI parte prima**

Fila B

29-febbraio-2012

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:  
sia  $f$  una funzione limitata e derivabile in tutto  $\mathbb{R}$  con  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = a > 0$ ,  
allora esiste  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ .

2. (4 pt) Per le successioni  $\{a_n\}$  e  $\{b_n\}$  si ha :

$$0 \leq a_n \leq b_n \text{ per ogni } n, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n b_n = 0 \quad :$$

dimostrare che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} a_n = 0$ .

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{10 - 3x - x^2}{x^2 + 1} \right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare

$$\int_4^6 \frac{\log x}{(x-3)^2} dx$$

5. (6 pt) Risolvere la disequazione

$$\sqrt{-4x^2 - 2x + 6} > |2x + 1|$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x \arctan x - 2x}{\sqrt[3]{2 - 3x^3}}$$

**Prova ANALISI parte prima**

Fila C

29-febbraio-2012

1. (4 pt) Dire, motivando la risposta, se è vera o falsa l'affermazione:  
sia  $f$  una funzione continua in tutto  $\mathbb{R}$  con  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = +\infty$ , allora  $f$  ammette  
minimo assoluto.

2. (4 pt) Per le successioni  $\{a_n\}$  e  $\{b_n\}$  si ha :

$$0 < K \leq a_n \text{ per ogni } n, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} a_n b_n = 0 \quad :$$

dimostrare che  $\lim_{n \rightarrow +\infty} b_n = 0$ .

3. (10 pt) Studiare la funzione

$$f(x) = \log \left( \frac{x^2 - 6x + 5}{x^2 + x + 1} \right)$$

e tracciarne un grafico.

4. (6 pt) Calcolare

$$\int_0^1 \frac{x^3}{x^8 + 5} dx$$

5. (6 pt) Risolvere la disequazione

$$\sqrt{-x^2 - x + 6} \leq |x + 1|$$

6. (6 pt) Calcolare

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(\sin x) \sin(x^2) - x^3}{x^4 \arctan(2x)}$$